
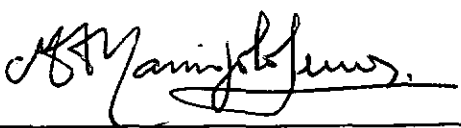



1. Publicação nº <i>INPE-2700-MD/022</i>	2. Versão	3. Data <i>Abri1, 1983</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DME</i>	Programa <i>METBA</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>MOMENTUM ANGULAR</i> <i>CIRCULAÇÃO GERAL</i>			
7. C.D.U.: <i>551.513</i>			
8. Título <i>O BALANÇO DE MOMENTUM ANGULAR NA ATMOSFERA</i>		10. Páginas: <i>35</i>	
		11. Última página: <i>B.4</i>	
9. Autoria <i>Marco Antonio Maringolo Lemes</i> <i>Yoshihiro Yamazaki</i>		12. Revisada por  <i>Kioshi Hada</i>	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por  <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor	
14. Resumo/Notas <i>Este trabalho, dirigido principalmente aos alunos do Programa de Pós-Graduação do Departamento de Meteorologia do INPE/CNPq, re presenta um esforço em oferecer um texto introdutório, porém didático e ob jetivo, do problema de balanço de momentum angular na atmosfera. Inclui a derivação da equação do balanço correspondente e sua subsequente interpreta ção física baseada em constatações observacionais.</i>			
15. Observações			

AGRADECIMENTOS

Os autores expressam seus sinceros agradecimentos ao Dr. Antonio Divino Moura pelo seu constante incentivo e sugestões e às Srtas. Magda Luzimar de Abreu e Sonia Silva Vicente pelo contagiante interesse e assistência demonstrados durante a fase de elaboração desse trabalho. Os agradecimentos são extensivos à Sra. Sueli Rosa Ferreira pela correção e cuidadosa montagem das figuras e à Srta. Célia Regina Rosa, pela pronta e impecável datilografia do texto.

ABSTRACT

This work is mainly directed to the students enrolled in the Graduation Program of the Department of Meteorology, INPE/CNPq. It concretizes an effort in providing the students with an introductory, but didactic and objective, reference material on the problem of angular momentum budget in the atmosphere. It includes the derivation of the appropriate budget equation and its subsequent physical interpretation, strongly supported by observational evidence.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	<i>vii</i>
1. <u>INTRODUÇÃO</u>	1
2. <u>EQUAÇÃO DE BALANÇO DA VARIÁVEL X</u>	4
3. <u>EQUAÇÃO DO BALANÇO DE MOMENTUM ANGULAR</u>	6
4. <u>OS PROCESSOS ENVOLVIDOS NO BALANÇO DE MOMENTUM ANGULAR</u>	8
5. <u>ASPECTOS OBSERVACIONAIS E INTERPRETAÇÕES</u>	12
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	21
APÊNDICE A - A APROXIMAÇÃO DA PEQUENA PROFUNDIDADE NAS EQUAÇÕES PRIMITIVAS	
APÊNDICE B - ALGUMAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DA CIRCULAÇÃO GERAL	

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1 - Volume de controle considerado no balanço de momentum angular	4
2 - Representação esquemática do torque de montanha, para o caso de um escoamento de oeste	10
3 - a) Distribuição da tensão zonal média à superfície dos oceanos (Priestley, 1951) para janeiro (pontilhado) e para o ano (linha cheia); b) o mesmo para abril (traçado) e outubro (pontilhado)	13
4 - Torque zonal médio, por unidade de área, exercido sobre a atmosfera pela fricção (linha cheia), como estimado por Priestley (1951) e pelas cadeias de montanhas (linha tracejada) como estimado por White (1949). Unidades em 10^8 gs^{-2}	13
5 - Representação esquemática das direções dos transportes de momentum angular na atmosfera e entre a atmosfera e a superfície	14
6 - Fluxo total, para o norte, de momentum angular no inverno e verão para o Hemisfério Norte. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$. Baseado nos fluxos geostroficos turbulentos computado por Mintz (1955) para as latitudes entre 20° e 75°N , com o fluxo devido à célula de Hadley adicionado no caso da estação de inverno	15
7 - Transporte meridional médio de momentum angular (linha sólida) estimado por Buch (1954) para o Hemisfério Norte e por Obasi (1963) para o Hemisfério Sul. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$	15
8 - Transporte meridional médio de momentum angular pelos turbilhões (linha sólida) e pela circulação meridional (tracejada) como computado por Buch (1954) para o Hemisfério Norte e por Obasi (1963) para o Hemisfério Sul. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$	16
9 - Ilustração do efeito da inclinação meridional da fase dos turbilhões no transporte de momentum angular	17

10 - Distribuição vertical de transporte meridional médio de momentum angular devido aos turbilhões estimados por Buch (1954) para o Hemisfério Norte e por Obasi (1963) para o Hemisfério Sul. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$ por camada de 100 mb de espessura	18
11 - Vazão total de massa pela circulação geral, no inverno, ao norte e ao sul de 30°N , para o Hemisfério Norte. Setas indicam direção de fluxos de momentum angular entre a atmosfera e a superfície, através da superfície de 500 mb e através de 30°N , abaixo e acima de 500 mb. Setas tracejadas indicam parte dos fluxos devido somente aos turbilhões. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$	20
B.1 - Vento zonal mediado em tempo e longitude quando inverno no Hemisfério Norte (outubro a março) calculado por Buch (1954) e Obasi (1963). Valores em m s^{-1}	B.2
B.2 - Vento zonal mediado em tempo e latitude quando verão no Hemisfério Norte (abril a setembro) calculado por Buch (1954) e Obasi (1963). Valores em m s^{-1}	B.2
B.3 - Componente meridional média do vento na estação de inverno no Hemisfério Norte, calculado por Palmen e Vuorela, (1963)	B.3
B.4 - Componente meridional média do vento na estação de verão no Hemisfério Norte, calculado por Vuorela e Tuominen (1964)	B.3
B.5 - Circulação meridional (total) média no Hemisfério Norte durante a estação de inverno. As linhas de corrente estão espaçadas a intervalos de $25 \times 10^6 \text{ ton s}^{-1}$	B.4
B.6 - Circulação meridional (total) média no Hemisfério Norte durante a estação de verão. As linhas de corrente estão espaçadas a intervalos de $25 \times 10^6 \text{ ton s}^{-1}$	B.4

1. INTRODUÇÃO

Seja $X(x,y,z,t)$ uma variável extensiva (i.e. que pode ser referenciada por unidade de massa) qualquer que satisfaz a uma equação de conservação do tipo:

$$\frac{DX}{Dt} = F, \quad (1)$$

onde $(D/Dt) = (\partial/\partial t) + \mathbf{V} \cdot \nabla$ é o operador diferenciação total com $\mathbf{V} = \mathbf{V}_H + w\hat{k}$, sendo a velocidade da parcela de fluido separada em suas componentes horizontal $\mathbf{V}_H = u\hat{i} + v\hat{j}$ e vertical w . F representa termos de fonte/sumidouro da variável X .

Usando a equação da continuidade, ou seja,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (2)$$

pode-se obter a equação de conservação de X na forma de fluxo, multiplicando a Equação 1 por ρ (densidade) e a Equação 2 por X e somando as duas equações resultantes. Tem-se assim:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho X) + \nabla \cdot (\rho X \mathbf{V}) = \rho F. \quad (3)$$

Uma das vantagens em trabalhar com a Equação 3 é a conveniência em integrá-la sobre um volume de controle fechado, fazendo uso do Teorema de Gauss, i.e.,

$$\iiint_{\tau} \nabla \cdot (\rho X \mathbf{V}) \, d\tau = \iint_S \rho X \mathbf{V} \cdot d\vec{S}, \quad (4)$$

onde $d\vec{S}$ é o vetor de magnitude igual a uma área elementar limitante do volume τ e dirigida na direção \vec{n} para fora da região, $d\vec{S} = dS \vec{n}$.

A expressão $\rho X \mathbf{V}$ representa o vetor fluxo da grandeza X e fisicamente é interpretado como a quantidade da grandeza X que atravessa uma área unitária, normal à direção do escoamento e por unidade de tempo. Assim, por exemplo, se $X = C_p T$, tem-se o fluxo de calor sensível medido em calorias/área tempo.

Equações análogas às Equações 2 e 3 existem no sistema (x, y, p, t) , onde a coordenada vertical é a pressão. Nesse sistema, a equação da continuidade é

$$\nabla_p \cdot \mathbf{V}_H + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (5)$$

onde $\nabla_p \cdot \mathbf{V}_H$ é a divergência horizontal em uma superfície isobárica, e $\omega \equiv (Dp/Dt)$, a componente "vertical" da velocidade.

A equação de conservação de X na forma de fluxo é simplesmente:

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \nabla_p \cdot (X \mathbf{V}_H) + \frac{\partial}{\partial p} (\omega X) = F. \quad (6)$$

Seguindo a notação de Starr e White (1954) serão agora introduzidos os seguintes tipos de médias:

- a) *Média temporal*: representada por uma barra (—), enquanto o desvio em relação a ela será indicado por um linha (\cdot). Assim, com referência a um sistema de coordenadas (r, ϕ, λ, t) , tem-se:

$$\bar{X}(r, \phi, \lambda) = \frac{1}{T} \int_0^T X(r, \phi, \lambda, t) dt. \quad (7)$$

Segue-se que:

i) $X = \bar{X} + X'$,

ii) $\overline{X'} = 0$,

b) *Média zonal ou com respeito à longitude*: representada por colchetes ([]), enquanto o desvio em relação a ela será indicado por uma estrela (*). Assim,

$$[X](r, \phi, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(r, \phi, \lambda, t) d\lambda. \quad (8)$$

Segue-se que:

i) $X = [X] + X^*$,

ii) $[X^*] = 0$,

c) *Média sobre uma área* (geralmente horizontal): representada por < >. Assim,

$$\langle X \rangle (r, t) = \frac{1}{\bar{\text{área horizontal}}} \iint X(r, \phi, \lambda, t) dS. \quad (9)$$

Exemplo: Calcular a média de um campo $X(r, \phi, \lambda, t)$ sobre um cinturão, \bar{a} superfície da Terra, limitado pelas latitudes ϕ_1 e ϕ_2 .

Aqui

$$dS = a^2 \cos \phi \, d\phi \, d\lambda$$

e, portanto,

$$S = a^2 \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \cos \phi \, d\phi \, d\lambda = 2\pi a^2 (\sin \phi_2 - \sin \phi_1) .$$

Logo,

$$\langle X \rangle = \frac{1}{2\pi(\sin \phi_2 - \sin \phi_1)} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_0^{2\pi} X(r, \phi, \lambda, t) \cos \phi \, d\phi \, d\lambda ,$$

ou

$$\langle X \rangle = \frac{1}{(\sin \phi_2 - \sin \phi_1)} \int_{\phi_1}^{\phi_2} [X] \cos \phi \, d\phi .$$

2. EQUAÇÃO DE BALANÇO DA VARIÁVEL X

Considere-se um volume de controle, como indicado na Figura 1.

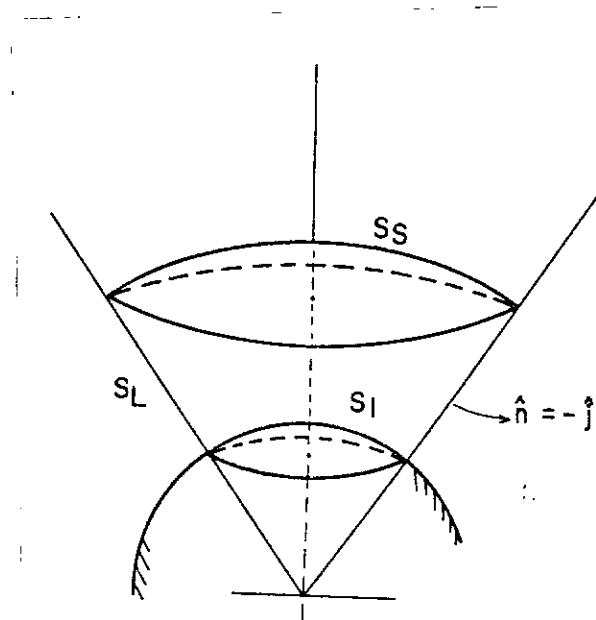


Fig. 1 - Volume de controle considerado no balanço de momentum angular.

Matematicamente, esse volume τ é expresso por

$$\tau = \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \int_a^{\infty} r^2 \cos \phi \, d\phi \, d\lambda \, dr .$$

Usando a Equação 1, pode-se reescrever a Equação 3 como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho X) + \nabla \cdot (\rho X \mathbf{V}) = \rho \frac{DX}{Dt} , \quad (10)$$

que integrada sobre o volume de controle τ resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho X \, d\tau = - \iiint \nabla \cdot (\rho X \mathbf{V}) \, d\tau + \iiint \rho \frac{DX}{Dt} \, d\tau . \quad (11)$$

Aplicando o teorema de Gauss no primeiro termo do lado direito da Equação 11 tem-se que

$$\iiint \nabla \cdot (\rho X \mathbf{V}) \, d\tau = - \iint_{S_I} (\rho X w) \, dS_I + \iint_{S_S} (\rho X w) \, dS_S - \iint_{S_L} (\rho X v) \, dS_L .$$

Supondo que sobre a superfície S_I , coincidente com a superfície da Terra, $w=0$ e que o fluxo vertical de massa tende a zero quando $r \rightarrow \infty$, então as duas primeiras integrais de superfície anulam-se e tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho X \, d\tau = \iint_{S_L} \rho X v \, dS_L + \iiint \rho \frac{DX}{Dt} \, d\tau , \quad (12)$$

onde $dS_L = r \cos \phi_1 \, d\lambda \, dr$.

Introduzindo o operador $[\]$ na Equação 12 obtêm-se a equação de balanço desejada, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \int_a^{\infty} 2\pi [\rho X] r^2 \cos \phi \, d\phi \, dr = 2\pi \int_a^{\infty} [\rho X v] r \cos \phi_1 \, dr + \\ + 2\pi \int_a^{\infty} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \left[\rho \frac{DX}{Dt} \right] r \cos \phi \, d\phi \, dr. \end{aligned} \quad (13)$$

A Equação 13 pode ser facilmente interpretada. A quantidade total da grandeza X , contida no volume de controle fixo τ , somente pode variar com o tempo se houver um fluxo meridional de X através de S_L (primeiro termo do lado direito da Equação 13) e/ou houver produção ou destruição de X dentro do volume (segundo termo).

Se, além da média zonal, for feita uma média temporal para um período suficientemente longo, então ter-se-á

$$\int_a^{\infty} \overline{[\rho X v]} r \cos \phi_1 \, dr = - \int_a^{\infty} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \left[\rho \frac{DX}{Dt} \right] r^2 \cos \phi \, d\phi \, dr. \quad (14)$$

3. EQUAÇÃO DO BALANÇO DE MOMENTUM ANGULAR

Nessa seção, as equações anteriormente derivadas serão aplicadas para o caso específico do momentum angular absoluto M , por unidade de massa.

Na Física Clássica, define-se momentum angular como o campo vetorial dado por:

$$\mathbf{M}_{abs} = \mathbf{r} \times \mathbf{V}_{abs} \quad (15)$$

onde V_{abs} , a velocidade da parcela em relação a um sistema inercial, é

$$V_{abs} = V + \Omega \times r, \quad (16)$$

com Ω igual ao vetor rotação da Terra ($|\Omega| = \Omega = 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) e r o vetor posição.

No estudo do balanço de momentum angular do sistema atmosfera/Terra, considera-se essa quantidade com respeito ao eixo de rotação, na direção pólo norte - pólo sul. Seja \hat{t} o versor dessa direção, que pode ser expresso em termos dos versores \hat{j} e \hat{k} por:

$$\hat{t} = \cos \phi \hat{j} + \sin \phi \hat{k}.$$

Desse modo, deve-se considerar nesse estudo:

$$M = M_{abs} \cdot \hat{t} = (u + \Omega r \cos \phi) r \cos \phi. \quad (17)$$

O primeiro termo, $u r \cos \phi$, é denominado momentum angular relativo; o segundo, $\Omega r^2 \cos^2 \phi$, momentum- Ω ou momentum angular ambiental.

O análogo da 2ª Lei de Newton, na Dinâmica Rotacional, afirma que a única maneira de alterar o momentum angular (absoluto) de uma parcela é através da aplicação de torques externos; matematicamente:

$$\frac{DM}{Dt} = \left(-\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + F_{\lambda} \right) r \cos \phi \quad (18)$$

onde p é a pressão e F_{λ} a componente zonal da força de atrito. A título de curiosidade, é mostrado no Apêndice A como se faz uma aproximação consistente de "pequena profundidade" na equação de movimento a partir de puras considerações de conservação de momentum angular, como expresso pela Equação 18.

Na Equação 3 , com $X = M$ e o termo F identificado como os torques externos, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho M) + \nabla \cdot (\rho M \mathbf{V}) = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_{\lambda} \right) r \cos \phi , \quad (19)$$

ou, diretamente na Equação 14 ,

$$\int_a^{\infty} \overline{[\rho M v]} r \cos \phi_1 dr = - \int_a^{\infty} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \left[\left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_{\lambda} \right) r \cos \phi \right] r^2 \cos \phi d\phi dr , \quad (20)$$

sendo essa última equação agora detalhadamente discutida. Com a hipótese implícita que o momentum angular M , dentro do volume de controle, permanece aproximadamente constante quando considerado em termos de médias temporais para períodos suficientemente longos, a Equação 20 descreve todos os mecanismos dinâmicos responsáveis pelo balanço de M .

4. OS PROCESSOS ENVOLVIDOS NO BALANÇO DE MOMENTUM ANGULAR

Na discussão subsequente, todos os desvios da densidade serão considerados pequenos e desprezados, o que permite escrever, por exemplo:

$$\overline{[\rho M v]} = \rho \overline{[M]} \overline{[v]} + \rho \overline{[M^* v^*]} . \quad (21)$$

Na definição de M , segue-se que

$$[M] = \left\{ [u] + \Omega r \cos \phi \right\} r \cos \phi \quad (22.a)$$

e

$$M^* = u^* r \cos \phi , \quad (22.b)$$

o que permite reescrever a primeira integral da Equação 20 como a soma de três termos, a saber:

$$\text{i) } F_1 = \cos^2 \phi_1 \int_a^\infty \overline{\rho[u][v]} r^2 dr ; \quad (23.a)$$

$$\text{ii) } F_2 = \cos^3 \phi_1 \int_a^\infty \overline{\rho[v] \Omega} r^3 dr ; \quad (23.b)$$

$$\text{iii) } F_3 = \cos^2 \phi_1 \int_a^\infty \overline{\rho[u^* v^*]} r^2 dr . \quad (23.c)$$

Os termos acima, a menos do fator 2π , representam os fluxos meridionais de momentum angular que atravessam a superfície, $\phi = \phi_1$, lateral do volume de controle.

O primeiro fornece o fluxo de momentum angular relativo, que se faz através da circulação geral ou movimento organizado; o terceiro, dependente da (média) correlação entre os desvios u^* e v^* , expressa o chamado fluxo turbulento da mesma quantidade. Finalmente, o termo F_2 representa o fluxo meridional de momentum Ω ; como a longo prazo não se nota um transporte sistemático de massa através dessa parede lateral, em uma dada direção, esse termo quando medido em tempo (suficientemente longo) será nulo. Deve-se notar que para que isso se verifique $\overline{[v]}$ deve mudar de direção, com relação à altura.

Aqui será apenas considerado o torque total na direção de Ω , i.e., aquele que pode acelerar ou desacelerar a rotação da Terra. Torques, que podem causar alterações na obliquidade da eclíptica (ângulo entre o plano equatorial e o plano da órbita da Terra) não são de imediato interesse em Meteorologia.

O torque da força de gradiente de pressão (ver Equação 20) é:

$$p = - \int_0^{\infty} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \left[\frac{\partial p}{\partial \lambda} \right] r^2 \cos \phi \, d\phi \, dr, \quad (24)$$

que é identicamente nulo se nenhuma topografia interceptar a superfície sobre a qual a integração é feita. Na presença de montanhas, a Integral 24 não é nula e deve ser calculada por trechos como esquematicamente mostrado na Figura 2.

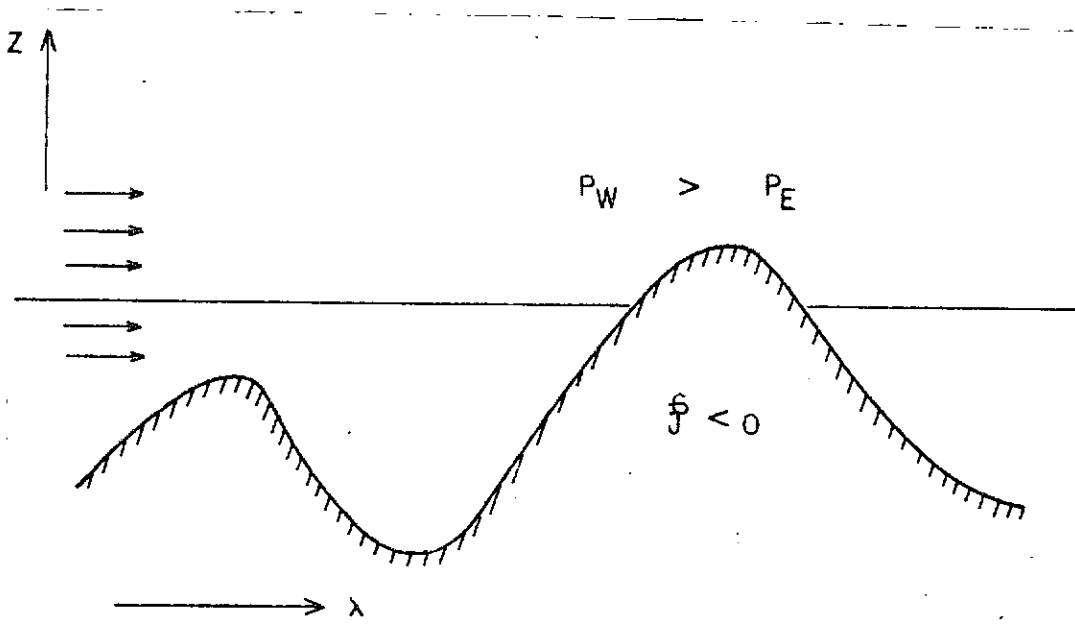


Fig. 2 - Representação esquemática do torque de montanhas para o caso de um escoamento de oeste.

Nesse caso

$$- \left[\frac{\partial p}{\partial \lambda} \right] = \sum p_E - \sum p_W,$$

onde $\sum p_E$ e $\sum p_W$ são respectivamente as somas das pressões nos lados leste e oeste de todas as montanhas interceptadas naquele nível. Esse torque é também conhecido por torque de montanhas e sua expressão final é

$$p = \int_0^{\infty} \int_{\phi_1}^{\pi/2} (\overline{\sum p_E} - \overline{\sum p_W}) r^2 \cos \phi \, d\phi \, dr. \quad (25)$$

Obviamente, para escoamento de oeste, p é negativo.

Finalmente, é discutido o torque exercido na atmosfera pela força de fricção. Supondo que:

$$F_{\lambda} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\lambda}}{\partial z} \quad (26)$$

pode-se, na Equação 20 fazer a integração com respeito à altura z para obter a expressão desse torque (a menos do fator 2π), ou seja:

$$\tau \approx a^3 \int_{\phi_1}^{\pi/2} [\tau_{\lambda}^{(sup)}] \cos^2 \phi \, d\phi, \quad (27)$$

onde $\tau_{\lambda}^{(sup)}$ é a componente leste da tensão (stress) do vento calculada do \bar{a} superfície da Terra. Expressões para $\tau_{\lambda}^{(sup)}$ são várias e envolvem geralmente algum empirismo; a título de ilustração, Priestley (1951) usou

$$\tau_{\lambda}^{(sup)} = 1.3 \times 10^{-3} \rho |V_H| u \quad (28)$$

para computar o arrasto friccional sobre superfícies oceânicas.

A seção seguinte apresenta interpretações físicas pertinentes ao problema de balanço de momentum angular, apoiada em inúmeras constatações observacionais.

5. ASPECTOS OBSERVACIONAIS E INTERPRETAÇÕES

Para possibilitar uma melhor apreciação do material desta seção, é dado no Apêndice B uma breve discussão da circulação geral, mediada sobre um período de tempo longo. Para propósitos dessa seção, a Equação 20 é reescrita como

$$-p + \tau = F_1 + F_2 + F_3 \quad (29)$$

com os termos já definidos previamente.

Observações (ver Figuras B.1 e B.2, por exemplo) mostram que os ventos ao nível da superfície são de leste dentro da faixa tropical (30°N - 30°S) e nas regiões polares, e de oeste nas latitudes médias. Assim, nas regiões tropicais, $-P$ e τ são ambos positivos, o que faz o lado esquerdo da Equação 29 positivo e conseqüentemente por necessidade a soma dos fluxos também positiva, indicação de um transporte de M para o norte (somente o Hemisfério Norte está sendo considerado, ou equivalentemente $\phi_1 = 0$). A Figura 3 mostra a distribuição de tensão à superfície, (τ_λ^{sup}) , sobre os oceanos como computado por Priestley (1951) e usada no cálculo do torque friccional τ (ver Figura 4). Como o torque exercido pela Terra é proporcional à distância ao eixo de rotação (braço), geralmente não se inclui a existência de ventos de leste nas regiões polares, no balanço de momentum angular da atmosfera.

Desse modo, vê-se que a atmosfera ganha momentum angular, através do atrito, no cinturão tropical e que este é exportado para as latitudes médias através dos fluxos meridionais. Nas latitudes de vento de oeste tem-se o oposto, ou seja, o lado esquerdo da Equação 29 é negativo, o que corresponde a uma perda de momentum angular por parte da atmosfera, esquematicamente apresentado na Figura 5.

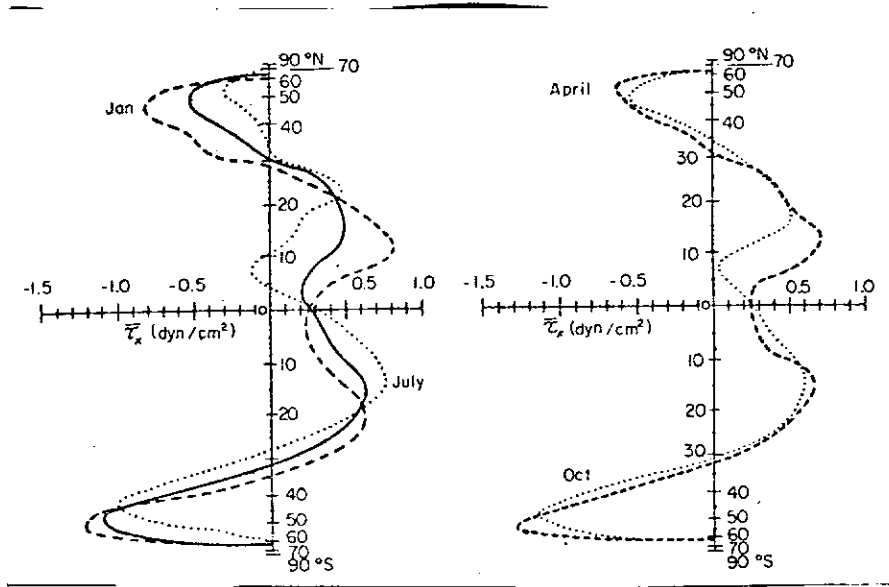


Fig. 3 - a) Distribuição da tensão zonal média à superfície dos oceanos (Priestley, 1951) para Janeiro (pontilhado) e para o ano (linha cheia); b) o mesmo para abril (tracejado) e outubro (pontilhado). (Extraído de Palmen and Newton, 1969)

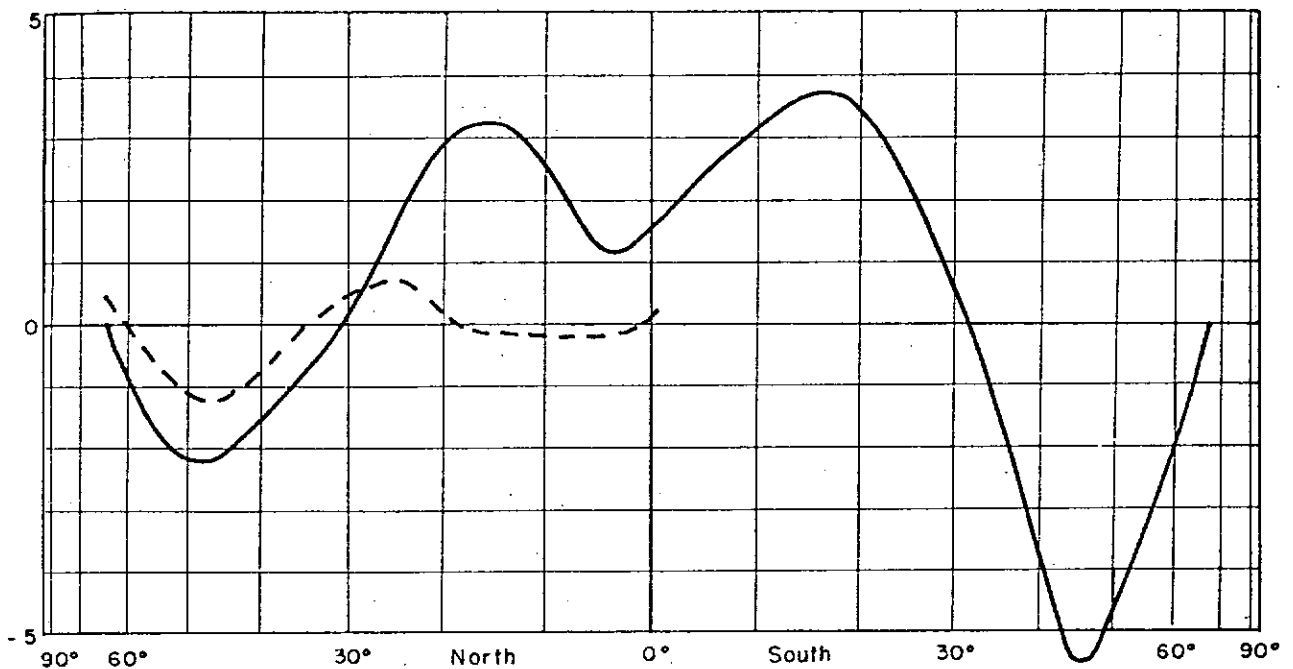


Fig. 4 - Torque zonal médio, por unidade de área, exercido sobre a atmosfera pela fricção (linha cheia), como estimado por Priestley (1951) e pelas cadeias de montanhas (linha tracejada) como estimado por White (1949). Unidades em 10^8 g s^{-2} . (Extraído de Lorenz, 1967).

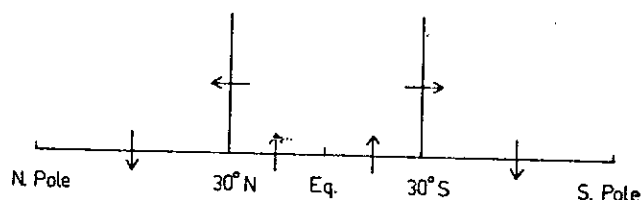


Fig. 5 - Representação esquemática das direções dos transportes de momentum angular na atmosfera e entre a atmosfera e a superfície. (Extraído de Palmen and Newton, 1969)

Ainda, como para períodos suficientemente longo o momentum angular de toda a atmosfera permanece constante, os fluxos verticais, para cima no cinturão dos ventos alísios e para baixo, nas latitudes extratropicais, devem se balancear. O fluxo meridional (total) apresenta um máximo nas latitudes, em ambos os hemisférios, as quais separam, na superfície, os ventos de leste e de oeste, tipicamente 30°N e 30°S . A Figura 6 mostra o fluxo total de momentum angular em direção ao pólo, na camada 1000/100 mb em função da latitude. Observa-se que seu máximo, independentemente da estação do ano, ocorre na latitude de 30°N ; o máximo no inverno ($\sim 50 \times 10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$) é mais pronunciado que o máximo de verão ($\sim 13 \times 10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$). Esse fato é explicado lembrando que no verão do Hemisfério Norte a célula de Hadley é relativamente bem menos intensa, contribuindo com uma diminuição no fluxo total através de F_1 . (Ver Figuras B.5 e B.6).

Os fluxos F_1 devido à circulação meridional $[v]$ (Figuras B.3 e B.4) e F_3 devido à existência de "turbilhões" não são igualmente importantes em todas as latitudes. Como observado por Jeffreys já em 1926 o termo F_1 não explica sozinho o fluxo total na direção do pólo, necessário para satisfazer o balanço de momentum angular. Existe suficiente evidência observacional que parte significativa desse transporte, nas latitudes extratropicais, é feita através dos "turbilhões", como bem ilustrado nas Figuras 7 e 8.

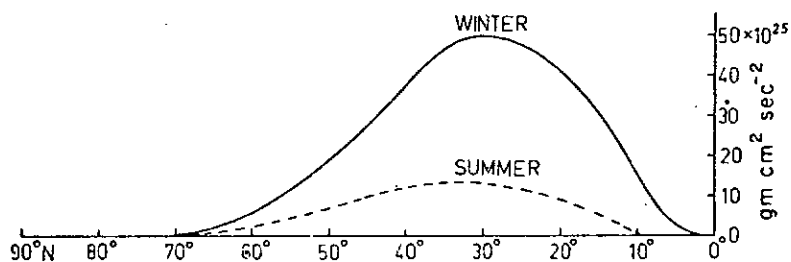


Fig. 6 - Fluxo total, para o norte, de momentum angular no inverno e verão para o Hemisfério Norte. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$. Baseado nos fluxos geostroficos turbulentos computados por Mintz (1955) para as latitudes entre 20° e 75°N , com o fluxo devido a célula de Hadley adicionado no caso da estação de inverno. (Extraído de Palmen and Newton, 1969).

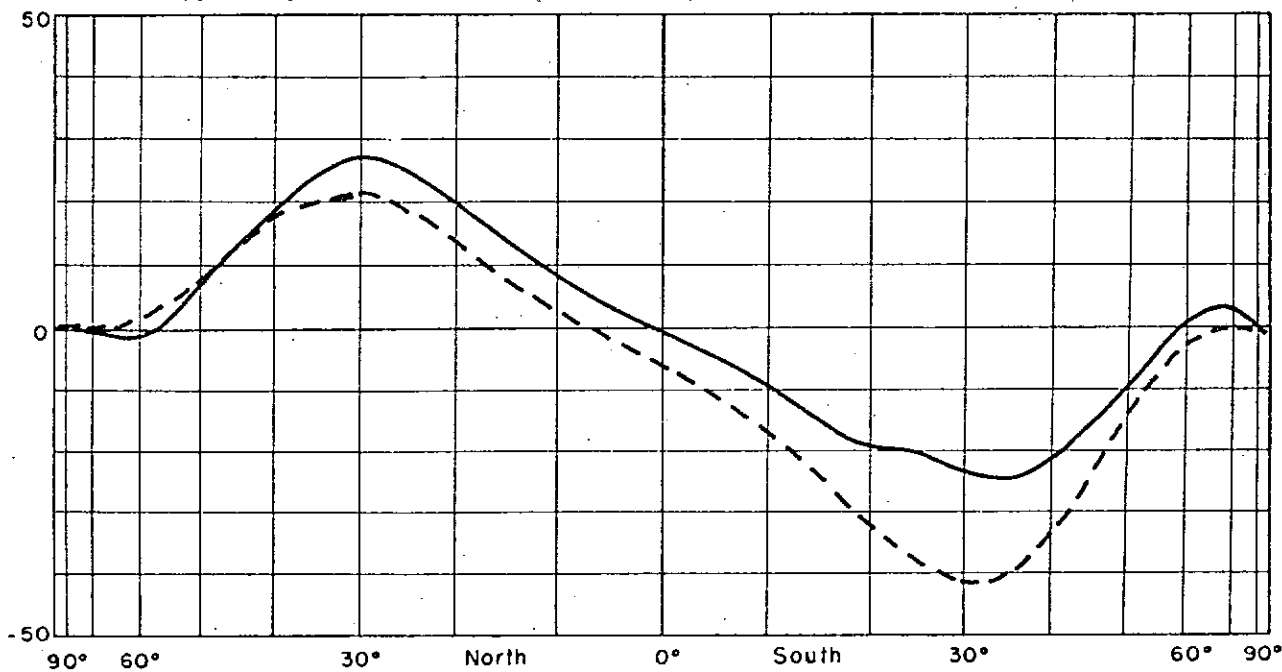


Fig. 7 - Transporte meridional médio de momentum angular (linha sólida) estimado por Buch (1954) para o Hemisfério Norte e por Obasi (1963) para o Hemisfério Sul. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$. (Extraído de Lorenz, 1967).

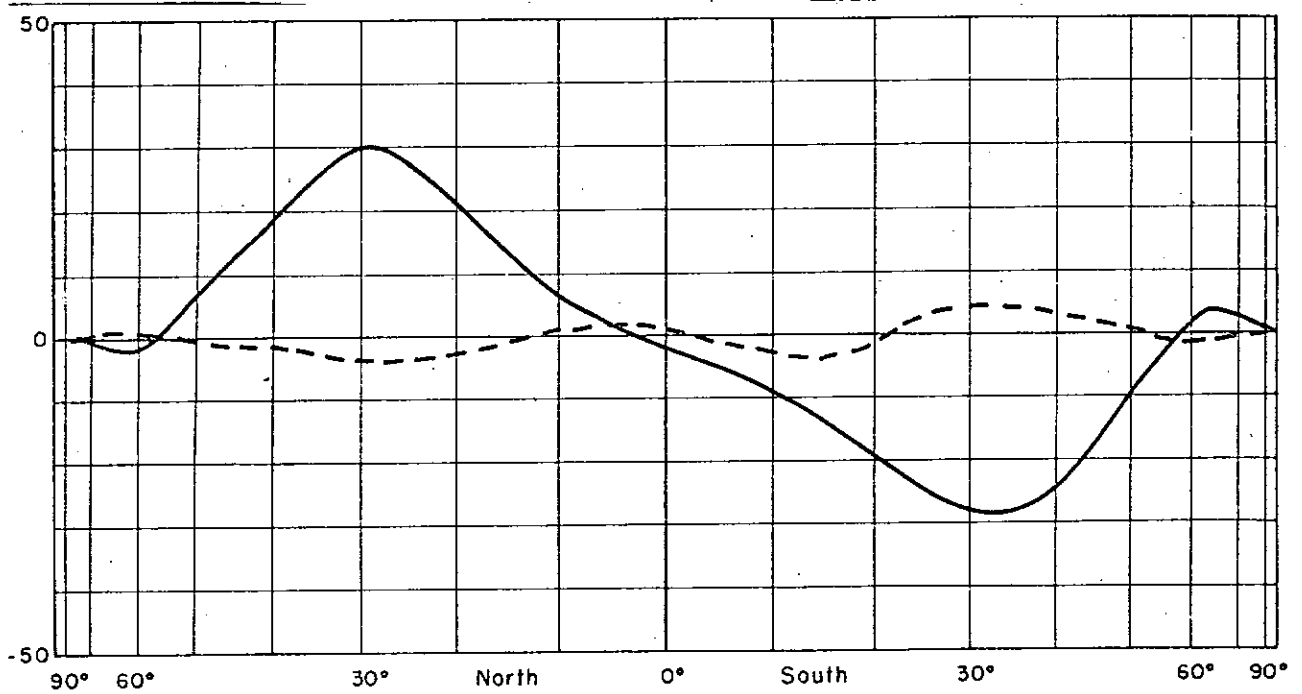


Fig. 8 - Transporte meridional médio de momentum angular pelos turbilhões (linha sólida) e pela circulação meridional (tracejada) como computado por Buch (1954) para o Hemisfério Norte e por Obasi (1963) para o Hemisfério Sul. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$. (Extraído de Lorenz, 1967).

Ainda, a título de ilustração didática, considere-se um turbilhão, dado em termos de uma função de corrente ψ^* , do tipo:

$$\psi^*(x,y,t) = A \sin (kx + \sigma t - \delta(y)),$$

onde A é uma constante e $\delta(y)$ é a fase dependente da latitude. Assim

$$u^*v^* = A^2k \cos (kx + \sigma t - \delta) \frac{d\delta}{dy}$$

e

$$[\overline{u^*v^*}] = \frac{A^2k}{2} \frac{d\delta}{dy},$$

que mostra que o sentido do transporte é fornecido pelo sinal da variação latitudinal da fase, exemplificado na Figura 9.

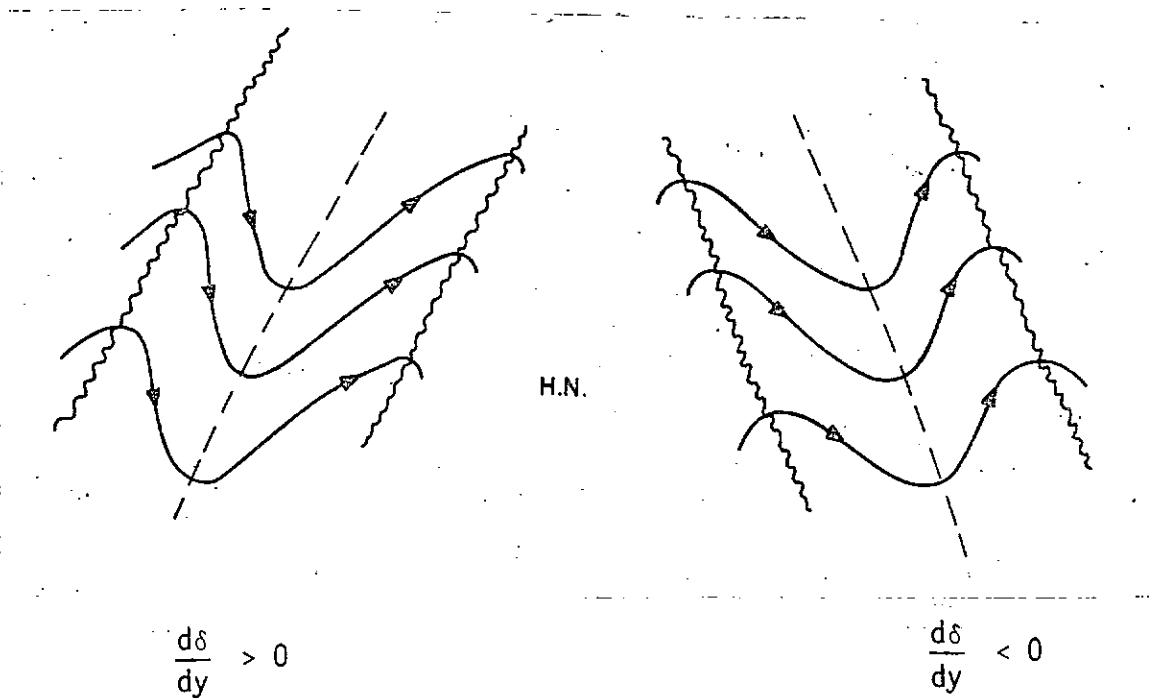


Fig. 9 - Ilustração do efeito da inclinação meridional da fase dos turbilhões no transporte de momentum angular.

A Figura 10 mostra a distribuição vertical do fluxo meridional turbulento, computada por dois autores Buch (1954) e Obasi (1963). Essa figura sintetiza de uma maneira clara tudo o que já foi comentado sobre F_1 , adicionando ainda a informação que a maior parte desse transporte turbulento F_3 acontece nos níveis superiores da troposfera (acima de 500 mb).

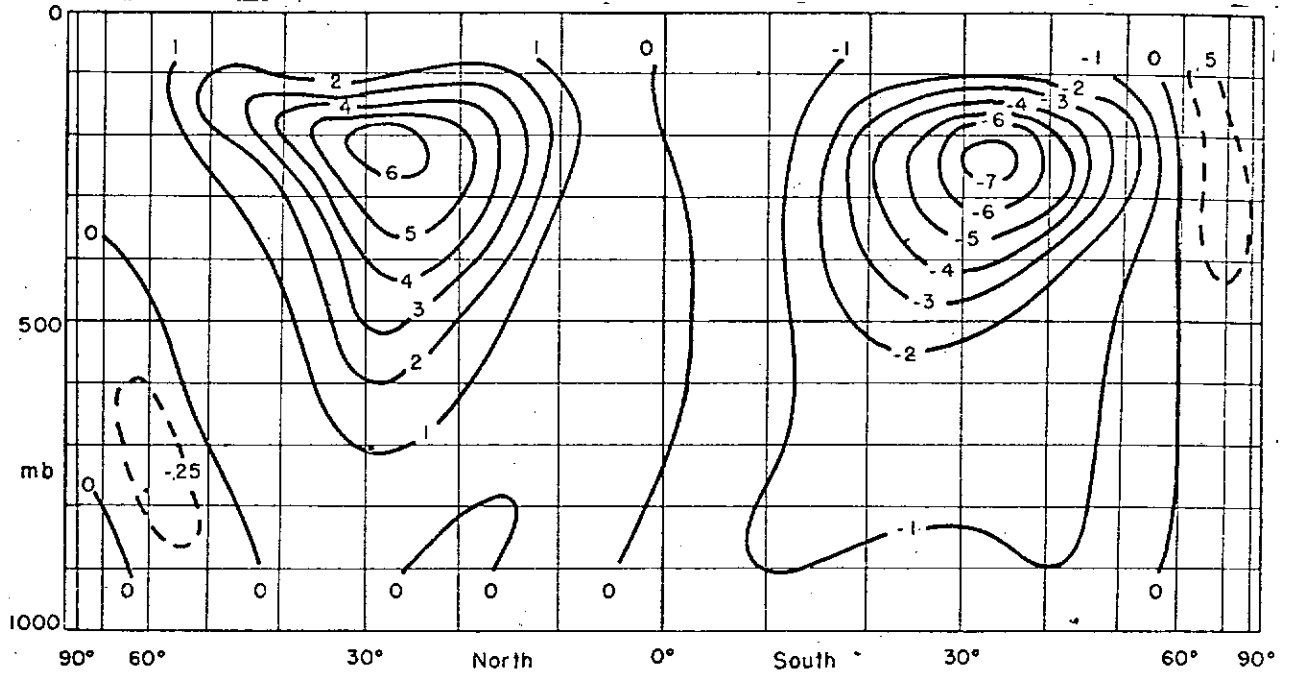


Fig. 10 - Distribuição vertical de transporte meridional médio de momentum angular devido aos turbilhões estimada por Buch (1954) para o Hemisfério Norte e por Obasi (1963) para o Hemisfério Sul. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$ por camada de 100mb de espessura. (Extraído de Lorenz, 1967).

Considere-se agora o fluxo de momentum Ω , F_2 , para o qual uma outra aproximação é apresentada. Com $r=z+a$, tem-se:

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \Omega \cos^3 \phi_1 \int_0^{\infty} \rho[v](z+a)^3 dz = \Omega \\
 &= \Omega \cos^3 \phi_1 \left\{ \int_0^{\infty} \rho[v] z^3 dr + \int_0^{\infty} \rho[v] 3z^2 a dr + \int_0^{\infty} \rho[v] 3za^2 dr + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{\infty} \rho[v] a^3 dr \right\}. \tag{30}
 \end{aligned}$$

Agora, as razões entre o primeiro e o terceiro termo e o segundo e o terceiro, na Equação 30, são respectivamente $(D/a)^2$ e (D/a) , onde D é uma escala de espaço vertical, tipicamente a altura da tropopausa. Essa razão é certamente muito menor que a unidade. Sendo Ω constante, o último termo na Equação 31, que representa o fluxo de massa verticalmente integrado, é aproximadamente zero. Desse modo, uma expressão convenientemente aproximada para F_2 é

$$F_2 \approx 3a^2 \Omega \cos^3 \phi_1 \int_a^\infty \rho[v] z dz . \quad (31)$$

Da distribuição de linhas de função de corrente, referente à célula de Hadley no inverno do Hemisfério Norte, pode-se inferir que apesar do fluxo integrado de massa ser zero, há um saldo positivo de momentum Ω que é exportado na direção do pólo, visto z que aparece na expressão 31, ser maior na "metade superior" da troposfera. F_2 , sendo devido principalmente à célula de Hadley, apresenta uma correspondente variação sazonal, com um máximo em torno de $10^9 N$, da ordem de $2 \times 10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$.

Finalmente, são feitas algumas considerações sobre o transporte vertical de momentum angular absoluto. A expressão desse fluxo, através de uma superfície S horizontal a uma altura r_1 , é:

$$F_V = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_0^{2\pi} (\rho w M) r_1^2 \cos \phi d\phi d\lambda ,$$

ou de uma maneira totalmente análoga à derivação do fluxo meridional:

$$\frac{F_V}{2\pi\rho r_1^2} = \int_{\phi_1}^{\phi_2} r_1 [w][u] \cos^2 \phi d\phi + r_1 \Omega \int_{\phi_1}^{\phi_2} [w] \cos^3 \phi d\phi + \int_{\phi_1}^{\phi_2} r_1 [u^*v^*] \cos^2 \phi d\phi \quad (32)$$

com ρ independente da latitude.

É apresentada na Figura 11 uma situação de balanço dos fluxos meridional e vertical no inverno do Hemisfério Norte. Por simplicidade, somente os fluxos através de uma superfície vertical em 30°N e da superfície de 500 mb são dados.

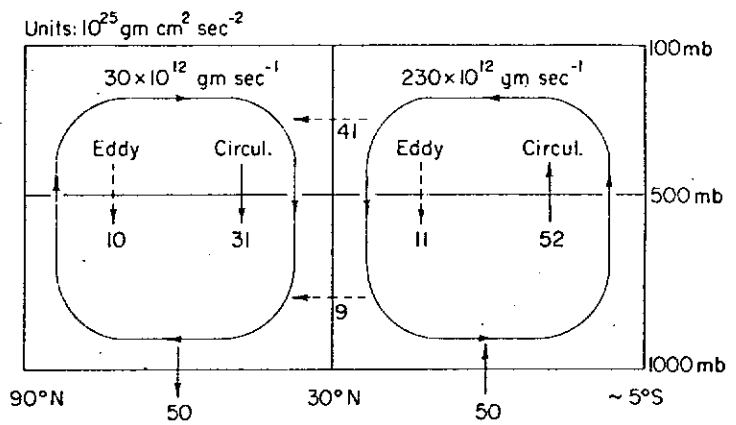


Fig. 11 - Vazão total de massa pela circulação geral, no inverno, ao norte e ao sul de 30°N , para o Hemisfério Norte. Setas indicam direção de fluxos de momentum angular entre a atmosfera e a superfície, através da superfície de 500 mb e através de 30°N , abaixo e acima de 500 mb. Setas tracejadas indicam parte dos fluxos devidos somente aos turbilhões. Unidades em $10^{25} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$. (Extraído de Palmen and Newton, 1969).

A maior parte do momentum imposto à atmosfera, dentro do cinturão tropical, é carregada para os níveis superiores pelo ramo *ascendente* da circulação de Hadley, (isso sendo explicado por o braço do torque ser aí maior que aquele do ramo descendente) na forma de momentum Ω ($68 \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$). Parte desse fluxo é cancelado pelo transporte líquido de momentum angular relativo, para baixo - computado em cerca de $16 \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$ - resultando um fluxo organizado de $52 \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$ para cima. O fluxo de 50 unidades, devido ao atrito é assim exportado das regiões tropicais para as latitudes maiores através dos turbilhões e desempenha um papel decisivo na manutenção da circulação zonal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- LORENZ, E.N. *The nature and theory of the general circulation of the atmosphere*. Geneva, WMO, 1967. 161p. (WMO nº 218. TP. 115).
- PALMEN, E.; NEWTON, C.W. *Atmospheric circulation systems; their structure and physical interpretation*. New York, NY. Academic, 1969. 603 p.
- STARR, V.P.; WHITE, R.M. Balance requirements of the general circulation. *Geophysical Research Papers*, nº 35, 1954. 57 p.

APÊNDICE A

A APROXIMAÇÃO DA PEQUENA PROFUNDIDADE NAS EQUAÇÕES PRIMITIVAS

Aplicando o operador D/Dt na Equação 15, que define momentum angular, tem-se

$$\frac{DM_{abs}}{Dt} = \mathbf{r} \times \frac{DV_{abs}}{Dt}, \quad (A.1)$$

pois $(D\mathbf{r}/Dt) \times \mathbf{V}_{abs} \equiv 0$. Fazendo em seguida o produto escalar da Equação A.1 com o versor \hat{t} , (constante) na direção pólo sul-pólo norte chega-se facilmente a

$$\frac{DM}{Dt} = r \cos \phi \left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + F_{\lambda} \right\}. \quad (A.2)$$

Usando a expressão de M , como dada pela Equação 17 e introduzindo as componentes

$$u = r \cos \phi \frac{D\lambda}{Dt}, \quad (A.3a)$$

$$v = r \frac{D\phi}{Dt}, \quad (A.3b)$$

$$w = \frac{Dr}{Dt}, \quad (A.3c)$$

da velocidade, tem-se

$$\frac{Du}{Dt} - \frac{uv}{r} \tan \phi + \frac{uw}{r} - fv + \ell w = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + F_{\lambda}, \quad (A.4)$$

que nada mais \tilde{e} sen \tilde{a} o a componente zonal da equa \tilde{c} o do movimento. Aqui $f = 2\Omega \sin \phi$ \tilde{e} o par \tilde{a} metro de Coriolis e $\ell = 2\Omega \cos \phi$.

A Equa \tilde{c} o A.2 expressa o princ \tilde{i} pio da conserva \tilde{c} o de momentum angular para a equa \tilde{c} o do movimento em coordenadas esf \tilde{e} ricas (r, ϕ, λ, t) . Essa aproxima \tilde{c} o cl \tilde{a} ssica consiste em substituir r por a , raio da Terra, na equa \tilde{c} o vetorial do movimento devido \tilde{a} pequena espessura da atmosfera ou oceano, quando comparada \tilde{a} s dimens \tilde{o} es do planeta.

A consist \tilde{e} ncia dessa aproxima \tilde{c} o exige no entanto que se fa \tilde{c} a $r = a$ na Equa \tilde{c} o 17 ou que se redefina momentum angular absoluto por:

$$M_* = (u + \Omega a \cos \phi) a \cos \phi. \quad (\text{A.5})$$

O princ \tilde{i} pio de conserva \tilde{c} o para o momentum angular M_* leva \tilde{a} nova (e consistente) componente zonal de equa \tilde{c} o de movimento:

$$\frac{Du}{Dt} - \frac{uv}{a} \tan \phi - fv = - \frac{1}{\rho a \cos \phi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + F_\lambda. \quad (\text{A.6})$$

As subseq \tilde{u} entes modifica \tilde{c} oes na equa \tilde{c} o do movimento s \tilde{a} o feitas de modo a se ter consist \tilde{e} ncia energ \tilde{e} tica, isto \tilde{e} , evitando fontes esp \tilde{u} rias de energias advindas dos termos de curvatura e da for \tilde{c} a (fict \tilde{i} cia) de Coriolis.

APÊNDICE B

ALGUMAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DA CIRCULAÇÃO GERAL

O Apêndice B apresenta uma breve descrição de algumas configurações observadas na circulação geral e é aqui incluído por razões didáticas.

As Figuras B.1 e B.2 mostram perfis pressão-latitude da componente zonal do vento, também mediados em tempo, para as estações de inverno e verão (no Hemisfério Norte). Nas baixas latitudes predominam os ventos de leste que preenchem toda a troposfera. Observa-se também que a partir de aproximadamente de 30° , os ventos são de oeste, com correntes de jato próximas à tropopausa, em ambos hemisférios, as quais estão localizadas em 30° a 40° no hemisfério de inverno e entre 40° a 50° no hemisfério de verão. Ventos fracos de leste existem próximos aos pólos. Essas distribuições de vento estão relacionadas às configurações de temperatura observadas através do balanço do vento térmico.

Já a circulação meridional, mediada zonalmente, consiste em um movimento totalmente ageostrófico, com valores típicos de 1 ms^{-1} ou menos (ver Figuras B.3 e B.4). Pode-se, usando a equação da continuidade, igualmente mediada, obter uma função de corrente que descreve totalmente a circulação meridional através de $[v]$ e $[w]$ ou $[\omega]$

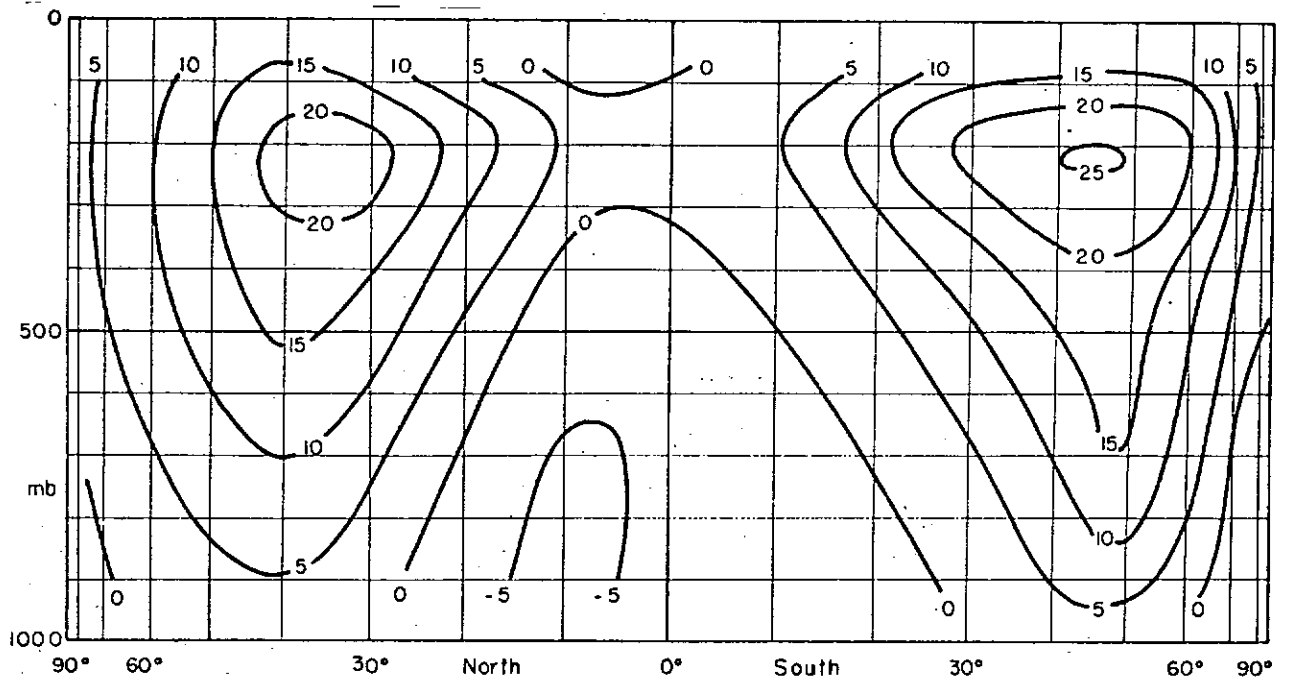


Fig. B.1 - Vento zonal mediado em tempo e longitude quando inverno no Hemisfério Norte (outubro a março) calculado por Buch (1954) e Obasi (1963). Valores em $m s^{-1}$. (Extraído de Lorenz, 1967).

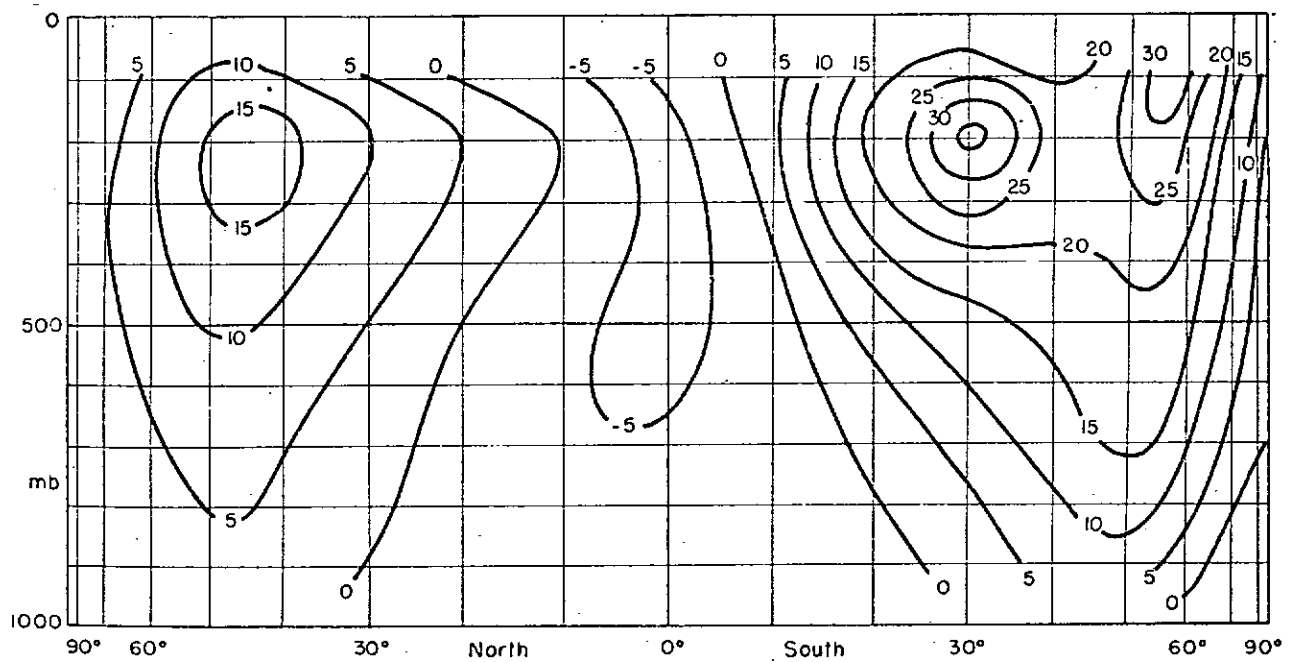


Fig. B.2 - Vento zonal mediado em tempo e longitude quando verão no Hemisfério Norte (abril a setembro) calculado por Buch (1954) e Obasi (1963). Valores em $m s^{-1}$. (Extraído de Lorenz, 1967).

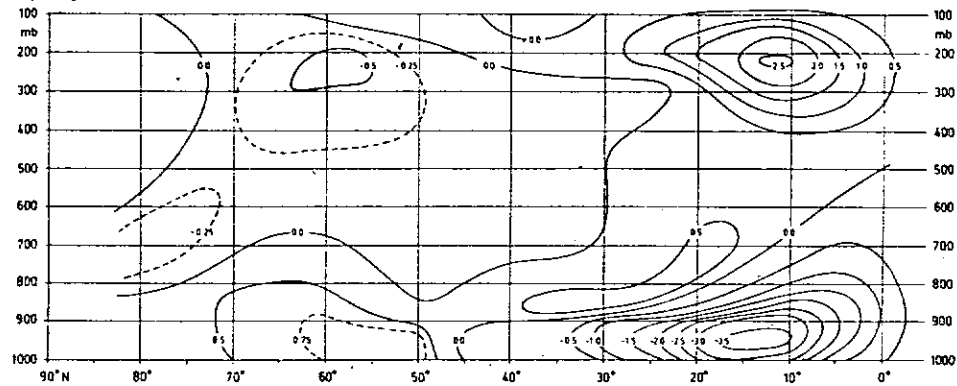


Fig. B.3 - Componente meridional média do vento na estação de inverno no Hemisfério Norte, calculado por Palmen e Vuorela (1963). (Extraído de Palmen and Newton, 1969).

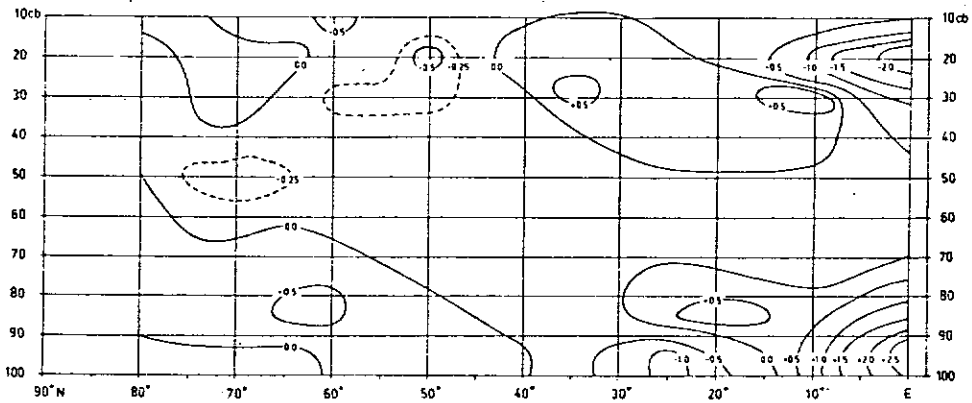


Fig. B.4 - Componente meridional média do vento na estação de verão no Hemisfério Norte, calculado por Vuorela e Tuominen (1964). (Extraído de Palmen and Newton, 1969).

Examinando-se a estrutura da circulação meridional, chama a atenção a existência de três células. Nas latitudes tropicais, há a chamada célula de Hadley na qual o ar quente (mais próximo ao equador) ascende e o ar frio subside, tratando-se portanto de uma circulação direta. A grande variabilidade sazonal da célula de Hadley é evidenciada nas Figuras B.5 e B.6. Também, nessas figuras pode ser constatada a existência de uma segunda célula, em latitudes médias.

Essa é a chamada célula de Ferrel, com uma circulação do tipo indireto. Finalmente (não mostrado nas Figuras B.5 e B.6) tem-se uma célula de circulação direta nas latitudes polares, mas com intensidade, relativamente à célula de Hadley, bem menor.

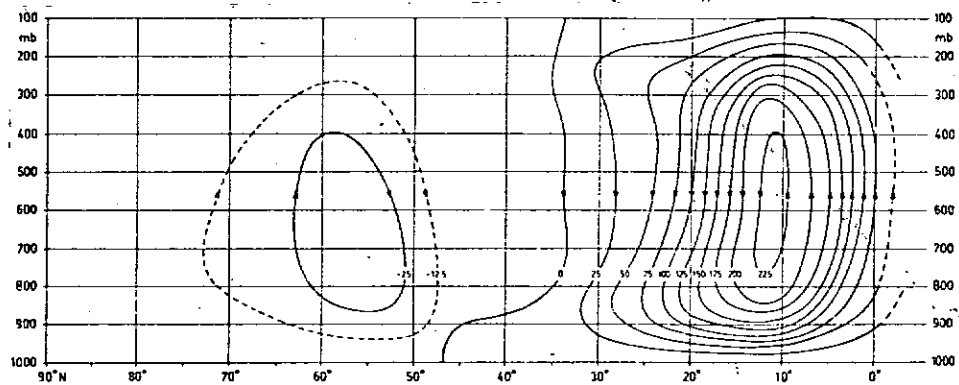


Fig. B.5 - Circulação meridional (total) média no Hemisfério Norte durante a estação de inverno. As linhas de corrente estão espaçadas a intervalos de $25 \times 10^6 \text{ ton s}^{-1}$. (Extraído de Palmen and Newton, 1969).

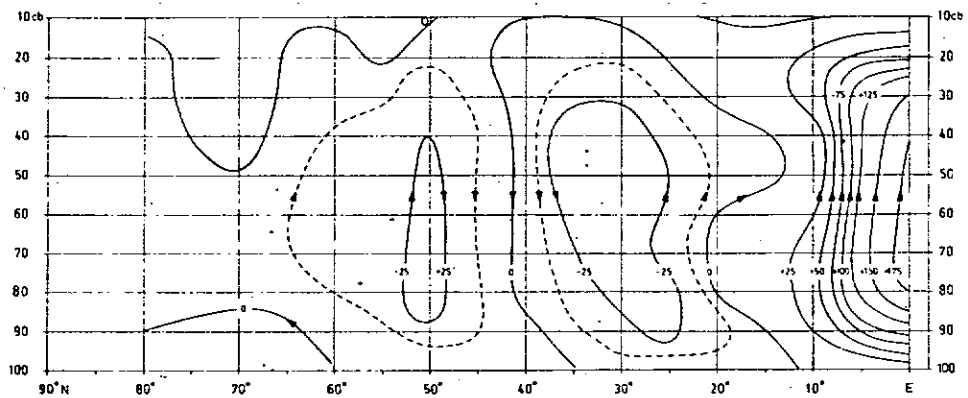


Fig. B.6 - Circulação meridional (total) média no Hemisfério Norte durante a estação de verão. As linhas de corrente estão espaçadas a intervalos de $25 \times 10^6 \text{ ton s}^{-1}$. (Extraído de Palmen and Newton, 1969).